

時頻分析與小波轉換 期末專案 姓名:葉冠宏 學號:R11943113

一、專案目標

本次期末專案主要在實作有關 **fractional fourier transform** 的部分，以及有關頻譜的 **shifting, dilation,和 shearing**。Fractional fourier transform 的部分主要是參考[1]的論文來進行實作。

二、使用程式環境

語言:Python

套件:

numpy

math

cmath

cv2

scipy.signal

argparse

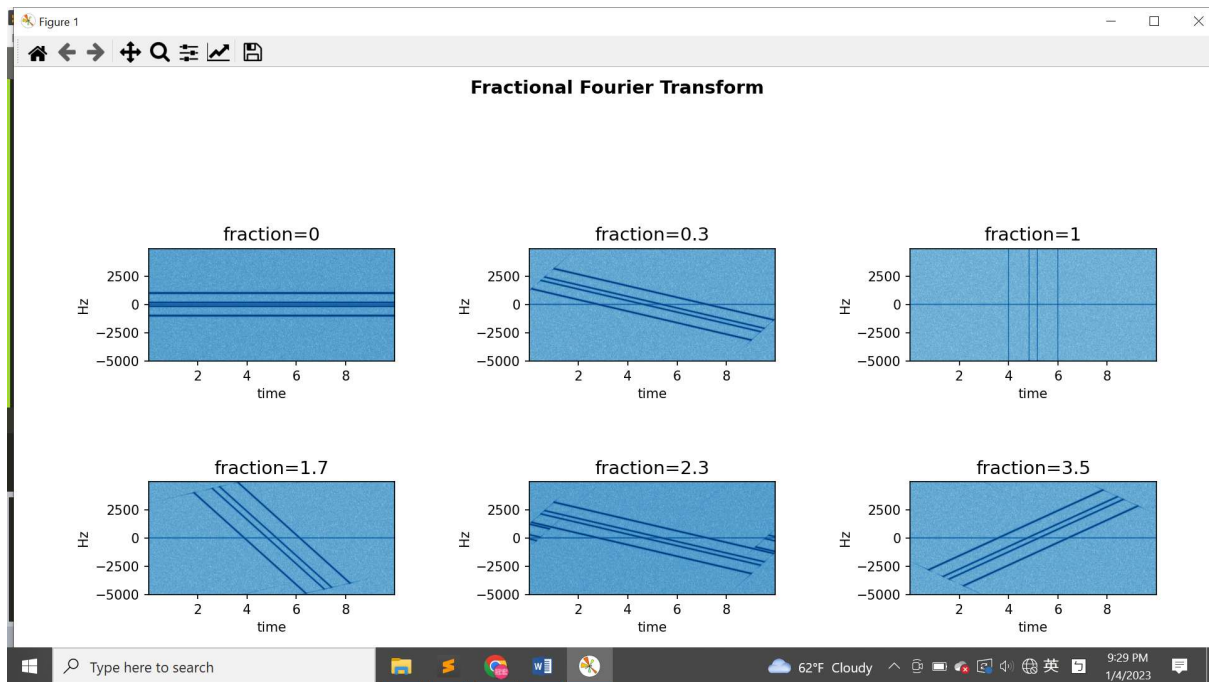
matplotlib.pyplot

random

三、實驗一:Fractional Fourier transform

1.執行方式:python test1.py

2.說明:我們假設 **fraction** 為 1 代表作一次完整的 **fourier transform**，即會使得頻譜轉 $\pi/2$ 圈。而例如:**fraction=0.3** 代表作 0.3 次的 **fourier transform**，會使得頻譜轉 $0.3*\pi/2$ 圈。以下的實作會分別對訊號如果做 0 次、0.3 次、1 次、1.7 次、2.3 次、3.5 次 **fourier transform** 來做實驗。所呈現的結果如下:



四、實驗二: 實作頻譜的 shifting, dilation, shearing 和 Fractional fourier transform

1.執行方式:python test2.py --[arg1] [value1]

其中 arg1 為 hshift 或 vshift 或 dilate 或 fshear 或 tshear 或 frac，value1 則為其對應的值。

Hshift 代表 horizontal shifting，對應的值為時間軸的位移。

Vshift 代表 vertical shifting，對應的值為頻率軸的位移。

Dilate 代表 scaling，對應的值代表頻率軸和時間軸的縮放率。

Fshear 代表針對頻率軸的 shearing，其值代表其 shearing 直線的斜率。

Tshear 代表針對時間軸的 shearing，其值代表其 shearing 直線的斜率。

Frac 代表對頻譜做 rotation，以及 fractional fourier transform，其值代表是幾個 fourier transform。

例如: python test2.py --hshift 2 就是對於頻譜做 horizontal shifting，對時間軸做 2 秒的位移。

如果想只看原圖也可以執行 python test2.py 就好。

2.說明:

原始頻譜圖:

我們的 dt 是使用 0.05，df 是使用 0.05，頻寬 B 是 0.5，使用的是 rectangular short time fourier transform。使用的資料總共有 30 秒的區間，0~10 秒我們的 function 是 $\cos(2 \pi t)$ ，10~20 秒的

function 是 $\cos(6\pi t)$ ，20~30 秒使用的 function 是 $\cos(4\pi t)$ 。有關 Short time fourier transform 的執行是參考作業二。呈現的圖如下：



Horizontal shifting:

其演算法的部分是參考講義去針對時間做 $t-t_0$ 。我們針對頻譜做 2 秒的 horizontal shifting，可以看到如下的圖的呈現確實有呈現水平位移。



Vertical shifting:

其演算法是參考講義去做 $\exp(j 2\pi f_0 t) x(t)$ 。我們針對頻譜做 2Hz 的 vertical shifting，可以看到如下的圖的呈現確實有呈現垂直位移。



Dilation (scaling):

其演算法部分是參考講義做 $1/\sqrt{|a|} x(t/a)$ 。我們針對頻譜做幅度為 2 的 dilation，呈現結果確實有呈現對應的扭曲。



Shearing(頻率軸):

其演算法的部分是參考講義做 $\exp(j \pi a t^2) y(t)$ 。我們對頻率軸做斜率為 1 的 shearing，呈現結果如下:



Shearing(時間軸):

我們的演算法是參考講義做 $\exp(j \pi / a t^2) * y(t)$ 。我們對時間軸做斜率為 1 的 shearing，呈現結果如下:



Rotation:

我們對頻譜做 0.3 倍的 fractional fourier transform，會轉 $0.3 \pi / 2$ 圈，呈現結果如下:



五、參考資料

[1] Digital Computation of the Fractional Fourier Transform, Haldun M. Ozaktas, Orhan Ankan, Member, IEEE, M. Alper Kutay, Student Member, IEEE, and Gozde Bozdaki, Member, IEEE